

PROGRAMMAZIONE DI MATEMATICA
Liceo Scientifico "P. Gobetti"
5° ANNO

Con riferimento alla programmazione stabilita ad inizio a.s. 2019/2020 dal Dipartimento di Matematica, Fisica e Informatica, vista l'emergenza sanitaria, si ritiene che le parti indicate in rosso della programmazione essenziale possano, esclusivamente per l'anno 2019/2020, essere svolte eventualmente in modo poco approfondito.

Competenze generali ultimo anno

Alla fine del secondo biennio e dell'ultimo anno, lo studente dovrà raggiungere il seguente quadro complessivo relativo a conoscenze, abilità e competenze:

Conoscenze	Abilità	Competenze
Linguaggio specifico	Utilizzare correttamente il simbolismo specifico ed esprimersi con precisione	Utilizzare il linguaggio proprio della matematica per organizzare informazioni qualitative e quantitative
Contenuti affrontati nel curriculum	Analizzare un problema, scomporlo nelle sue parti fondamentali per strutturare una via risolutiva Decodificare i concetti attraverso linguaggi differenti (grafico, simbolico, logico, geometrico,...) Correlare situazioni concrete ad astratte e viceversa	Organizzare e valutare adeguatamente informazioni qualitative e quantitative. Utilizzare le strategie del pensiero razionale negli aspetti dialettici e algoritmici per affrontare situazioni problematiche, elaborando opportune soluzioni e costruendo modelli Utilizzare le reti e gli strumenti informatici nelle attività di studio
Relazioni tra le tematiche principali del pensiero matematico, scientifico e tecnologico	Inquadrare storicamente l'evoluzione delle conoscenze matematiche	Correlare la conoscenza storica generale agli sviluppi delle scienze

CLASSI QUINTE

Le parti *indicate in italico* sono considerate facoltative.

ARITMETICA E ALGEBRA

CONOSCENZE	ABILITA'
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Determinante di una matrice di ordine 2 o 3</i> • <i>Matrici e sistemi lineari</i> • <i>Discussione di un sistema lineare</i> 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Calcolare il determinante di una matrice di ordine tre</i> ▪ <i>Individuare i casi in cui il determinante di una matrice è nullo</i> ▪ <i>Sviluppare il determinante di una matrice quadrata secondo una riga</i>

	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Individuare se un sistema lineare è determinato, indeterminato o impossibile ▪ Risolvere per via algoritmica sistemi di equazioni lineari
Successioni e serie (completare dalla quarta)	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Limiti di successioni e funzioni a valori in R. ▪ Successioni e funzioni crescenti o decrescenti e loro limiti ▪ Progressioni aritmetiche e geometriche ▪ Serie come limite delle somme parziali di una successione ▪ Serie aritmetica, geometrica, armonica, telescopica 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Stabilire se una successione è convergente, divergente, indeterminata ▪ Stabilire se una successione è crescente o decrescente ▪ Calcolare la somma degli infiniti termini di una progressione geometrica di ragione q, con $q < 1$ ▪ Esprimere un numero periodico come somma di infiniti termini di una progressione geometrica ▪ Definire il limite di una successione convergente ▪ Stabilire se una serie è convergente, divergente o indeterminata ▪ Calcolare il valore di una serie convergente, limitatamente alle serie aritmetica, geometrica, armonica, telescopica

GEOMETRIA

CONOSCENZE	ABILITA'
Spazio cartesiano, punti, rette e piani	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Elementi di algebra vettoriale ▪ Prodotto scalare e vettoriale di due vettori ▪ Coordinate cartesiane nello spazio ▪ Distanza tra due punti nello spazio ▪ Equazione di un piano nello spazio ▪ Equazioni cartesiane e parametriche di una retta nello spazio 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rappresentare un punto nello spazio in un riferimento cartesiano tridimensionale ▪ Stabilito un riferimento cartesiano tridimensionale $Oxyz$, determinare la distanza tra due punti ▪ Calcolare il vettore somma di due vettori ▪ Sviluppare il prodotto scalare e il prodotto vettoriale tra due vettori ▪ Stabilire se due vettori sono paralleli o perpendicolari attraverso prodotto scalare e vettoriale ▪ Stabilire quando due o più vettori, sono linearmente dipendenti ▪ Determinare l'equazione di un piano dello spazio in forma cartesiana ▪ Determinare l'equazione di una retta nello spazio in forma parametrica e come intersezione di due piani non paralleli ▪ Determinare l'equazione di una retta nello spazio passante per due punti
Mutue posizioni tra rette e piani	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mutue posizioni fra due piani e fra un piano e una retta nello spazio: condizioni di parallelismo, incidenza, perpendicolarità ▪ Mutua posizione di due rette nello spazio 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Determinare l'equazione di un piano passante per l'origine e per due punti ▪ Determinare l'equazione di un piano passante per tre punti ▪ Stabilire la condizione di parallelismo tra piani ▪ Interpretare geometricamente i sistemi lineari in tre incognite distinguendo tra sistemi determinati, indeterminati e impossibili ▪ Stabilire se due rette sono incidenti, parallele o sghembe ▪ Calcolare la distanza fra due rette parallele ▪ Calcolare la distanza tra un punto e un piano ▪ Calcolare la distanza tra un punto e una retta
Sfere	
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Equazione di una sfera ▪ Mutue posizioni tra un piano e una sfera, fra una retta e una sfera, tra due sfere 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Determinare l'equazione di una sfera noti centro e raggio ▪ Stabilire se un punto dello spazio è interno, esterno o appartiene ad una sfera di data equazione ▪ Stabilire le mutue posizioni tra un piano e una sfera, fra una retta e una sfera, tra due sfere attraverso le distanze da e tra i centri

RELAZIONI E FUNZIONI

CONOSCENZE	ABILITA'
Limiti e calcolo (completare dalla classe quarta)	
<ul style="list-style-type: none"> • Definizione del concetto di limite nelle quattro casistiche • Enunciati dei principali teoremi (unicità, confronto) • Concetto di forma di indecisione e principali metodi di risoluzione • Principali limiti notevoli: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ 	<ul style="list-style-type: none"> • Determinare se un punto appartiene ad un intorno (sia di un numero reale sia dell'infinito) • Conoscere e interpretare geometricamente la definizione di limite di una funzione nei quattro casi possibili • Saper verificare un limite a partire dalle definizioni (almeno in alcuni casi semplici) • Definire i limiti laterali di una funzione (limite destro e limite sinistro) • Enunciare il teorema dell'unicità del limite • Saper calcolare limiti tramite sostituzione • Riconoscere le forme indeterminate • Calcolare il limite all'infinito di una funzione razionale fratta • Enunciare il teorema del confronto • Stabilire se il grafico di una funzione possiede asintoti verticali e/o orizzontali e/o obliqui • Studiare e disegnare il grafico qualitativo di una funzione • Stabilire se due funzioni sono infiniti o infinitesimi dello stesso ordine • Utilizzare il teorema del confronto per il calcolo dei $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ • Confrontare infiniti e infinitesimi • Conoscere, dimostrare e utilizzare il limite fondamentale $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ • Conoscere il $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ e da questo calcolare altri limiti • Utilizzare il principio di sostituzione degli infinitesimi e degli infiniti
Continuità e derivabilità	
<ul style="list-style-type: none"> • Continuità e derivabilità di una funzione in un punto e in un intervallo. Esempi di funzioni non continue o non derivabili. Relazione fra derivabilità e continuità di una funzione in un punto. • Teoremi della permanenza del segno, dell'esistenza degli zeri, di Bolzano-Weierstrass e di Darboux per le funzioni continue (enunciati) • Esempi di calcolo della derivata di una funzione in un punto come limite del rapporto incrementale. La funzione derivata. Derivate di ordine superiore. • Esempi di funzioni continue e derivabili quante volte si vuole: funzioni polinomiali, logaritmo, esponenziale, funzioni trigonometriche. • Interpretazioni geometriche e fisiche della derivata. Retta tangente al grafico di una funzione in un punto. La velocità come derivata dello spazio percorso in funzione del tempo. • Derivata della somma, del prodotto, del quoziente (se ha senso), della composizione di due funzioni derivabili. Derivata dell'inversa (se esiste) di una funzione derivabile. • Formule per le derivate delle funzioni 	<ul style="list-style-type: none"> • Stabilire se una funzione è continua: in un punto, in un intervallo, nel suo insieme di definizione • Distinguere i diversi casi di discontinuità di una funzione • Enunciare alcuni teoremi sulle funzioni continue: di esistenza degli zeri, di Bolzano - Weierstrass, di Darboux • Calcolare il rapporto incrementale di una funzione in un intervallo • Definire e distinguere la derivata di una funzione in un punto e la funzione derivata • Interpretare geometricamente la funzione derivata di una funzione • Riconoscere le funzioni derivabili come sottoinsieme delle funzioni continue • Interpretare geometricamente i casi di derivabilità e non derivabilità di una funzione • Classificare i diversi punti di non derivabilità • Costruire il grafico approssimato della funzione derivata di una funzione assegnata • Dimostrare (usando la definizione) alcune delle derivate fondamentali • Dimostrare e applicare le formule per la derivata di una somma e di un prodotto di funzioni • Applicare la formula per la derivata di un rapporto di funzioni • Riconoscere una funzione composta e saperla derivare • Riconoscere una funzione inversa e saperla derivare: in particolare dimostrare le formule delle derivate delle funzioni goniometriche inverse • Riconoscere e derivare una funzione elevata a funzione • Utilizzare e giustificare la notazione di Leibniz • Definizione di differenziale

<p>elementari x^n, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, e^x, $\ln x$ e, in intervalli di invertibilità, delle loro inverse.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Differenziale di una funzione e suo significato geometrico • Teorema del valor medio di Lagrange e teorema di Rolle con dimostrazioni • Relazioni fra la monotonia di una funzione derivabile e il segno della sua derivata. • Teorema di De L'Hôpital (enunciato) 	<ul style="list-style-type: none"> • Saper applicare il teorema di De L'Hopital
Studi di funzione e problemi	
<ul style="list-style-type: none"> • Andamento qualitativo del grafico della derivata noto il grafico di una funzione e viceversa. • Comportamento della derivata di una funzione nei punti di massimo e minimo relativo. • Risoluzione di problemi che richiedono di determinare massimo o minimo di grandezze rappresentabili mediante funzioni derivabili di variabile reale. • Comportamento della derivata seconda e informazione sui punti di flesso, di convessità e concavità del grafico di una funzione • Costruzione del grafico di una funzione. Asintoti. 	<ul style="list-style-type: none"> • Stabilire alcune caratteristiche di una funzione (Insieme di monotonia e concavità) a partire dal suo grafico e viceversa • Determinare le equazioni degli asintoti di una funzione • Stabilire le relazioni tra la monotonia di una funzione e il segno della derivata prima • Determinare massimi, minimi e punto di flesso a tangente orizzontale con la derivata prima • Stabilire le relazioni tra la concavità di una funzione e il segno della derivata seconda • Determinare i punti di flesso e gli intervalli di concavità e convessità di una funzione • Disegnare, con buona approssimazione, il grafico di una funzione avvalendosi degli strumenti analitici studiati
Metodi numerici	
<ul style="list-style-type: none"> • Calcolo di una radice approssimata di un'equazione algebrica con il metodo di bisezione o con il metodo delle tangenti (di Newton). 	<ul style="list-style-type: none"> • Distinguere tra soluzione esatta e soluzione approssimata • Distinguere tra errore assoluto ed errore relativo • Approssimare un numero per arrotondamento e per troncamento • Separare gli zeri di una funzione continua • Stabilire sotto quali condizioni una funzione ha un solo zero in un intervallo • Giustificare ed applicare almeno uno tra i metodi di bisezione e delle tangenti con un errore minore di un valore assegnato • Saper applicare metodi numerici per il calcolo di lunghezze di curve, aree di figure a contorno curvilineo e volumi di solidi
Integrazione indefinita e definita	
<ul style="list-style-type: none"> • Primitiva di una funzione e nozione d'integrale indefinito. • Primitive delle funzioni elementari. • Teorema fondamentale del calcolo integrale. Calcolo di un integrale definito di una funzione di cui si conosce una primitiva. • Primitive delle funzioni polinomiali intere e di alcune funzioni razionali. • Integrazione per sostituzione e per parti. • Nozione di integrale definito di una funzione in un intervallo. Esempi di stima del suo valore mediante un processo di approssimazione basato sulla definizione, con il metodo dei rettangoli, con il metodo dei trapezi. • Interpretazione dell'integrale definito di una funzione come area con segno dell'insieme di punti del piano compreso fra il suo grafico e l'asse delle ascisse. • Teorema della media integrale e suo significato geometrico. 	<ul style="list-style-type: none"> • Definire l'insieme delle funzioni primitive di una funzione • Conoscere e giustificare le formule relative agli integrali elementari • Estendere le formule degli integrali elementari mediante la formula di derivazione di funzioni composte • Calcolare l'integrale di alcune classi di funzioni riconducibili, mediante scomposizione, ad integrali elementari. • Integrazione una funzione applicando il metodo dell'integrazione per parti • Integrazione una funzione applicando il metodo dell'integrazione per sostituzione nota la sostituzione • Scomporre una frazione algebrica in fratti semplici - Integrazione funzioni razionali fratte • Definire l'integrale definito di una funzione limitata in un intervallo chiuso. • Conoscere l'enunciato del teorema fondamentale del calcolo integrale e la formula di Newton-Leibniz. • Calcolare l'integrale definito di una funzione in un intervallo chiuso. • Definire integrali generalizzati • Calcolare semplici integrali impropri convergenti. • Calcolare aree di regioni piane delimitate da una funzione e l'asse delle ascisse o due e più funzioni

<ul style="list-style-type: none"> • Lunghezza della circonferenza, area del cerchio. • Espressione per mezzo di integrali dell'area di insiemi di punti del piano compresi tra due grafici di funzione. • Principio di Cavalieri e sue applicazioni per il calcolo di volumi di solidi e di aree di superficie (prisma, parallelepipedo, piramide, solidi di rotazione: cilindro, cono e sfera). • Calcolo del volume di solidi (ad es. di rotazione) come integrale delle aree delle sezioni effettuate con piani ortogonali a una direzione fissata. 	<ul style="list-style-type: none"> • Saper applicare il calcolo integrale per la determinazione della lunghezza di un arco di curva, della superficie laterale e del volume di un solido di rotazione sia rispetto all'asse delle ascisse, sia rispetto a quello delle ordinate (metodo dei gusci cilindrici) • Saper applicare il calcolo integrale per la determinazione di solidi sezioni effettuate con piani ortogonali a una direzione fissata
---	--

Equazioni differenziali

<ul style="list-style-type: none"> • Concetto di equazione differenziale e sua utilizzazione per la descrizione e modellizzazione di fenomeni fisici o di altra natura. • Equazioni differenziali del primo ordine a coefficienti costanti o che si risolvano mediante integrazioni elementari. • Integrazione per separazione delle variabili. Risoluzione dell'equazione differenziale del 2° ordine che si ricava dalla II legge della dinamica. 	<ul style="list-style-type: none"> • Descrivere le caratteristiche di un modello differenziale (equazione differenziale). • Distinguere tra integrale generale, particolare e singolare di un'equazione differenziale. • Verificare la soluzione di un'equazione differenziale. • Risolvere equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili. • Risolvere equazioni differenziali del secondo ordine nella forma $g(x) = k(x)y''$. • Saper enunciare il problema di Cauchy e la sua soluzione. • Applicare il calcolo differenziale ad alcune situazioni fisiche studiate
--	--

DATI E PREVISIONI

CONOSCENZE	ABILITA'
<ul style="list-style-type: none"> • Alcune distribuzioni discrete di probabilità: distribuzione binomiale, distribuzione di Poisson e loro applicazioni. • Variazione delle distribuzioni binomiale e di Poisson al variare dei loro parametri. • Variabili aleatorie continue e loro distribuzioni: distribuzione normale e sue applicazioni. • Operazione di standardizzazione: sua importanza nel confronto e studio di distribuzioni statistiche e di probabilità e per l'utilizzo in modo corretto delle tavole della distribuzione normale standardizzata (della densità e della funzione di ripartizione). 	<ul style="list-style-type: none"> • Definire una variabile aleatoria discreta • Conoscere la funzione di distribuzione di probabilità • Conoscere il significato di valor medio, varianza e scarto quadratico medio di una variabile aleatoria • Definire una variabile aleatoria binomiale • Riconoscere una variabile aleatoria bernoulliana e saperne calcolare media e varianza • Definire una distribuzione continua di probabilità • Definire la distribuzione normale e conoscere la sua funzione di densità • Conoscere il concetto di variabile standardizzata